MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UM TROCADOR DE CALOR EMPREGADO EM UM MOTOR TERMOMAGNÉTICO

MODELING AND SIMULATION OF A HEAT EXCHANGER USED IN A THERMOMAGNETIC ENGINE

Julio Davir da Silva
Alisson Cocci de Souza

RESUMO

Motores termomagnéticos são dispositivos capazes de converter energia térmica residual em energia mecânica por meio do efeito termomagnético utilizando um trocador de calor magnético. Neste trabalho, desenvolveu-se duas geometrias para serem utilizadas em um trocador de calor magnético (TCM) a fim de simular e avaliar a influência que a geometria exerce sobre os dois parâmetros de desempenho: tempo de troca térmica e força magnética exercida pelo ímã sobre o TCM. O funcionamento do motor foi modelado com base no ciclo Ericsson ideal, utilizando reservatórios térmicos a temperatura constante como fonte e sumidouro de calor. Para modelar os processos de troca térmica sobre uma superficie, empregou-se o método dos volumes finitos por meio dos softwares Matlab e Ansys. Gadolínio foi empregado como material magnetocalórico no TCM, adotando-se duas geometrias — placas planas e cilindros paralelos — a fim de investigar o efeito da forma sobre o desempenho do motor. Os resultados mostraram que a geometria influencia tanto no tempo de troca térmica quanto na força magnética gerada, impactando diretamente no período do ciclo e na força resultante desenvolvida. O motor apresentou maior força resultante e menor período de ciclo quando operou próximo à temperatura de transição magnética do material magnetocalórico.

Palavras-chave: motor termomagnético; energia residual; material magnetocalórico; método numérico.

ABSTRACT

Thermomagnetic motors are devices capable of converting residual thermal energy into mechanical energy through the thermomagnetic effect using a magnetic heat exchanger. In this work, two geometries were developed for use in a magnetic heat exchanger (MHE) in order to simulate and evaluate the influence of geometry on two performance parameters: the thermal exchange time and the magnetic force exerted by the magnet on the MHE. The operation of the motor was modeled based on the ideal Ericsson cycle, employing thermal reservoirs at constant temperature as the heat source and sink. To model the heat exchange processes over a surface, the finite volume method was applied using Matlab and Ansys software. Gadolinium was used as the magnetocaloric material in the MHE, adopting two geometries—flat plates and parallel cylinders—to investigate the effect of shape on motor performance. The results showed that geometry affects both the thermal exchange time and the generated magnetic force, directly influencing the cycle period and the resulting force developed. The motor exhibited a higher resulting force and a shorter cycle period when operating near the magnetic transition temperature of the magnetocaloric material.

Keywords: thermomagnetic motor, residual thermal energy, magnetocaloric material, numerical method.

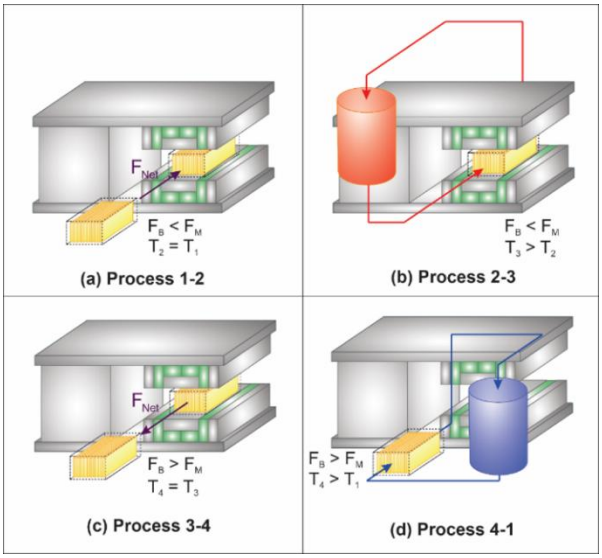
INTRODUÇÃO

O interesse em alternativas sustentáveis no setor energético vem se intensificando devido à crescente necessidade de reduzir as emissões de gases de efeito estufa. Em 2017, houve um aumento de 1,1% em relação ao ano de 2016 nas emissões de gases de efeito estufa (GEE), onde alcançaram a marca de 49,2 GtCO2e, segundo a SEEG [1]. Nesse contexto, os motores termomagnéticos se destacam como uma possível alternativa para a recuperação de energia térmica de baixa qualidade. Motores termomagnéticos convertem energia térmica residual em energia mecânica ao explorar o efeito termomagnético. Na década de 1990, o desenvolvimento de novos materiais magnéticos e a descoberta do efeito magnetocalórico gigante (EMCG) próximo à temperatura ambiente impulsionaram a pesquisa e o desenvolvimento de sistemas de refrigeração magnética, bem como de motores termomagnéticos [2]. Esses novos materiais magnetocalóricos apresentam propriedades particularmente vantajosas para a operação de motores termomagnéticos, como temperatura de Curie (T_c) próxima da temperatura ambiente. Ou seja, materiais abaixo da temperatura T_c possuem uma forte magnetização [3]. Embora a perda de magnetização acima da temperatura de Curie não ocorra de maneira idêntica em todos os materiais magnéticos, no caso do gadolínio esse comportamento é bem estabelecido. Quando a temperatura ultrapassa o ponto de Curie do Gadolínio (Gd), a agitação térmica se torna suficientemente intensa para desalinhar os momentos magnéticos dos átomos, provocando uma transição de fase magnética: o material deixa de apresentar ordenamento ferromagnético e passa a exibir comportamento paramagnético [4].

O modelo de motor deste estudo se baseia no motor termomagnético de movimento alternado, ou simplesmente, motor de Tesla [5], O funcionamento desse tipo de motor se baseia no movimento cíclico de um elemento móvel contendo material magnético (MM), submetido a uma força externa que atua constantemente sobre esse elemento; logo, nesse tipo de motor, o elemento móvel se desloca linearmente entre duas regiões: a de alto magnético e a de baixo campo magnético.

O elemento móvel do motor termomagnético é comumente chamado de trocador de calor magnético (TCM) [6]. O funcionamento do motor depende do balanço de forças que atuam sobre o TCM. No modelo proposto por Souza [7], a força resultante (F_r) é dada pela diferença entre a força de atração magnética (F_m), exercida pelo campo do ímã, e a força de restituição (F_b), exercida pela gravidade na forma de um peso atado ao TCM, com linhas de ação paralelas, mas com sentidos opostos. A Figura 1 ilustra o modelo de Souza [7] e na sequência são descritos os quatro processos executados pelo TCM.

Figura 1 - Representação dos processos executados pelo material magnético em um motor termomagnético de movimento linear com retorno por força constante.



Fonte: Souza, 2025.

Na Figura 1, observa-se que o sistema é composto de um trocador de calor magnético (TCM), composto de material magnético (em amarelo), um ímã permanente em formato de "C", com uma abertura chamada de *gap*, para a qual o material magnético é atraído pelo campo magnético, e dois reservatórios térmicos: um quente e um frio.

Inicialmente, no processo 1-2, o trocador de calor composto placas paralelas de um material magnético (MM) se encontra na região de baixo campo magnético (RBCM), sendo essa sua região inicial do percurso e a uma temperatura tal que a força magnética (F_m), produzida pelo campo magnético do imã permanente se sobrepõe à força externa (F_b), induzindo o movimento do TCM, que se desloca em direção à região de alto campo magnético (RACM), sendo essa sua posição final de percurso. Na RACM, no processo 2-3, o TCM é submetido a um processo de aquecimento na forma de um fluxo de água quente, proveniente do reservatório térmico quente, conforme mostrado na Figura 1(b). A temperatura da água do reservatório quente é maior que a temperatura de transição (T_C). do material magnético. Consequentemente, sua magnetização e a influência da força de atração magnética diminuem conforme o processo de aquecimento ocorre. Em determinado momento durante esse processo, a força externa se sobrepõe à força magnética, de modo que o movimento do trocador é induzido de volta à sua posição inicial (RBCM), como ilustra o processo 3-4 na Figura 1 (c). Ao chegar nesse ponto, o trocador é submetido a um fluxo de térmico de água fria a proveniente do reservatório térmico frio, conforme indicado pelo processo 4.1 da Figura 1 (d). A temperatura do MM diminui ao longo de tempo, e, consequentemente, sua magnetização e a influência da força magnética aumentam. Após determinado período de troca térmica, a força magnética se torna maior que a força externa, puxando novamente o material para a região de alto campo, reiniciando o ciclo.

Os processos de deslocamento do TCM ocorrem quase instantaneamente, em razão da elevada intensidade da força resultante, enquanto os processos de aquecimento e resfriamento são responsáveis pela maior parte do período do ciclo executado pelo motor. Processos de troca térmica excessivamente longos aumentam o período total do ciclo e podem reduzir a potência desenvolvida por ciclo, uma vez que os intervalos nos quais o TCM se movimenta são muito curtos em comparação com aqueles em que ele permanece estacionário durante as etapas de troca térmica Kaneko [6], Souza [7]. Dessa forma, esses processos influenciam de maneira significativa a potência e a frequência de operação do motor, tornando essencial a sua otimização para viabilizar aplicações práticas desses dispositivos.

OBJETIVO GERAL

Nesse contexto, este estudo tem como objetivo geral modelar e simular o processo de troca térmica de um trocador de calor magnético de um motor termomagnético de movimento linear com força de retorno constante, utilizando duas geometrias distintas do material magnético: placas planas e cilindros paralelos a fim de verificar a influência da geometria sobre a força de atração magnética durante esse processo.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Modelar o processo de aquecimento do trocador de calor magnético no software *Ansys*;
- Determinar a variação do campo magnético do ímã permanente ao longo do espaço por meio de uma função;

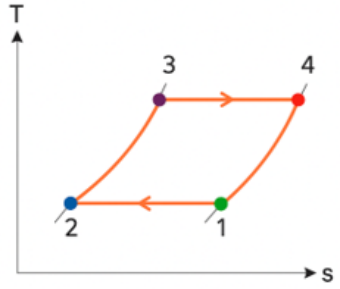
- Calcular o fator desmagnetizante e o campo interno para as geometrias selecionadas;
- Estruturar um script no software *Matlab* para o cálculo da força magnética atuando no TCM ao longo do tempo.

METODOLOGIA

O ciclo de Ericsson foi adotado para modelar os processos termodinâmicos executados pelo motor. Quando aplicado a motores de combustão interna, esse ciclo é constituído por dois processos isotérmicos: expansão e compressão a temperatura constante, nos quais ocorrem, respectivamente, a absorção e a rejeição de calor; e por dois processos isobáricos, correspondentes às etapas de aquecimento e resfriamento a pressão constante. Para sistemas magnéticos, o diagrama T-s, em que T representa a temperatura absoluta do sistema e S representa a entropia específica, há linhas de campo magnético constante, chamadas de isocampo, ao longo das quais a temperatura e a entropia variam. No caso do motor termomagnético, o processo de aquecimento é modelado ao longo de uma linha isocampo, no qual a troca térmica ocorre a um campo magnético constante, uma vez que o TCM se encontra em repouso durante esse processo.

A Figura 2 exibe o diagrama T-s do ciclo termodinâmico de um motor termomagnético. As linhas pretas indicam campo magnético constante e o processo de aquecimento é representado pelo segmento 2-3 do diagrama.

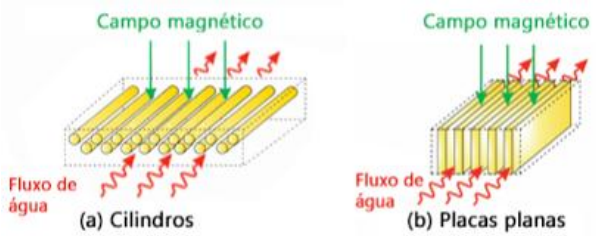
Figura 2 - Diagrama T-S do Ciclo Ericsson.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a condução do estudo, adotaram-se duas geometrias distintas do material magnético contido no trocador de calor magnético, a saber, placas planas e cilindros, conforme esquematizado na Figura 3. A escolha dessas duas geometrias permitiu analisar a influência do parâmetro geométrico tanto sobre a troca térmica quanto sobre a força magnética. No que se refere à troca térmica, o padrão e a disposição dos materiais influenciam diretamente o tempo de transferência de calor entre o sólido e o fluido. Por outro lado, a geometria também afeta diretamente o campo magnético interno manifestado no material, uma vez que esse campo está diretamente relacionado à intensidade da força magnética, conforme demonstrou Evaristo [8].

Figura 3 - Esquema representativo das geometrias utilizadas no trocador de calor magnético.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O dimensionamento das placas e dos cilindros foi conduzido partindo-se do espaço disponível pelo gap do ímã permanente. O ímã permanente em formato "C" modelado e simulado por Souza et al. [7] foi adotado nesse estudo.

Souza et al. [7] realizaram um estudo utilizando arranjos de ímãs permanentes, no qual analisaram a influência do tamanho do gap do ímã sobre o campo magnético gerado nessa região. Dentre os casos investigados por Souza et al., neste trabalho foi adotado aquele correspondente a um gap com dimensões de 15 mm de altura, 101,6 mm de largura e 101,6 mm de comprimento, sendo essas dimensões utilizadas como referência para o dimensionamento das placas e dos cilindros. Como um limite conservador, foram

consideradas dimensões máximas de 100 mm × 100 mm × 10 mm para o TCM. Para ambas as geometrias analisadas, a massa total de material magnético foi mantida constante, com valor de 0,1551 kg. As dimensões correspondentes a cada geometria estão listadas na Tabela 1.

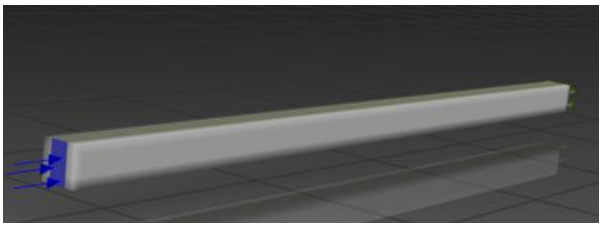
Tabela 1 - Dimensões das geometrias utilizadas.

Geometria	**Placa**	**Cilindro**
Diâmetro (mm)	–	2,5
Comprimento (mm)	100	100
Largura (mm)	2,0	–
Altura (mm)	4,1	–
Espaçamento horizontal (mm)	2,0	2,0
Espaçamento vertical (mm)	–	2,0
Quantidade	24	40
Área superficial unitária (mm²)	820	785,4
Área superficial total (mm²)	19.680	31.416

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para as placas planas, Souza et al. [7] mostrou que o caso simplificado, de uma única placa, se equivale ao caso de múltiplas placas planas para condições semelhantes. Desse modo, neste trabalho, a modelagem e simulação do processo de troca térmica, foi conduzida utilizando o software Ansys, módulo *Fluent*, empregando apenas uma placa de material magnético, de modo a reduzir o custo de processamento. A Figura 4 exibe o volume de controle modelado no *Ansys* em que o volume central representa o canal de passagem de água e os volumes laterais são o material magnético do TCM.

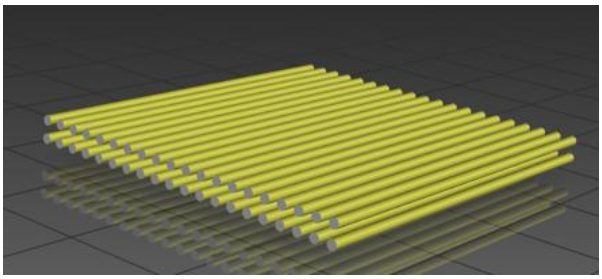
Figura 4 - Modelo base utilizado para a geometria de placas planas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No segundo caso, conforme ilustra a Figura 5, duas linhas de cilindros uniformes, cada uma com 20 cilindros, foram desenvolvidas no *Ansys SpaceClaim*. Tais cilindros são distribuídos paralelamente e possuem dimensões conforme demonstra a Tabela 1. O dimensionamento dos cilindros foi definido de modo a respeitar o tamanho disponível no gap do ímã utilizado, sendo este de 10 mm de altura.

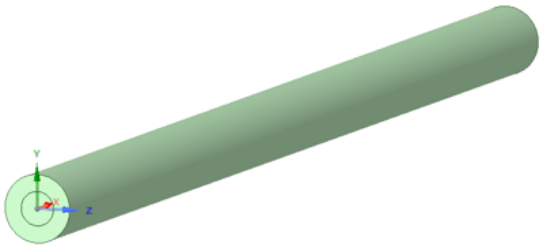
Figura 5 - Disposição da geometria de 40 cilindros.



Fonte: Elaborado pelo autor.

De maneira análoga ao procedimento adotado por Souza [7] para as placas planas, para o caso de cilindros paralelos foi conduzida uma simulação da troca térmica de um único cilindro com a água, considerando a mesma geometria e condições de contorno que para o caso geral de 40 cilindros, a fim de comparar a temperatura média em cada caso e economizar tempo de processamento em estudos futuros. A geometria correspondente ao caso de cilindro único é representada na Figura 6, na qual o cilindro interno representa o sólido de gadolínio e o cilindro externo representa o domínio fluido de água

Figura 6 - Modelo base utilizado para a geometria com um cilindro unitário.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir das propriedades do material, conforme listado na Tabela 2 [9], e utilizando um código no software *Matlab*, foi possível relacionar a quantidade de placas e cilindros de forma que a massa total de gadolínio se mantivesse constante com o valor de 0,1551 Kg, para cada placa ou cilindro unitário.

Tabela 2 - Propriedades do Gadolínio.

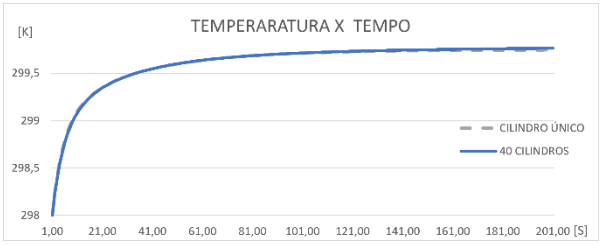
Propriedade	Valor
Densidade	7900 kg/m³
Calor específico	240 J/kg·K
Condutividade térmica	10,6 W/m·K

Fonte: AZOM,2021.

A partir da simulação no *Ansys* foram obtidos os valores de temperatura, que posteriormente foram interpolados por meio de um script desenvolvido em *Matlab* para os casos de placa única e cilindro único.

A Figura 7 apresenta a variação da temperatura média no sólido ao longo do tempo para os casos de 40 cilindros e um cilindro único, obtida a partir das simulações realizadas no *Ansys*. Observa-se que ambas as curvas apresentam comportamento térmico semelhante, praticamente coincidente ao longo de todo o intervalo de tempo analisado. A análise dos dados de temperatura em todos os instantes simulados indicou que a diferença máxima entre os dois casos foi inferior a 1%. Dessa forma, para a análise da força magnética durante o processo de aquecimento do trocador de calor, foram adotados os valores de temperatura correspondentes às geometrias unitárias de uma placa e um cilindro. Essa simplificação se justifica pelo fato de que não foram observadas diferenças de temperatura significativas em relação aos modelos contendo o número total de placas e cilindros, não comprometendo, portanto, a consistência da análise. Assim, toda a avaliação da força magnética foi conduzida considerando geometrias unitárias.

Figura 7 - Temperatura ao longo do tempo experimentadas pelas diversas geometrias.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Cada geometria foi discretizada em volumes finitos através da ferramenta *Mesh* do software *Ansys*. Os parâmetros adotados na discretização estão listados na 3.

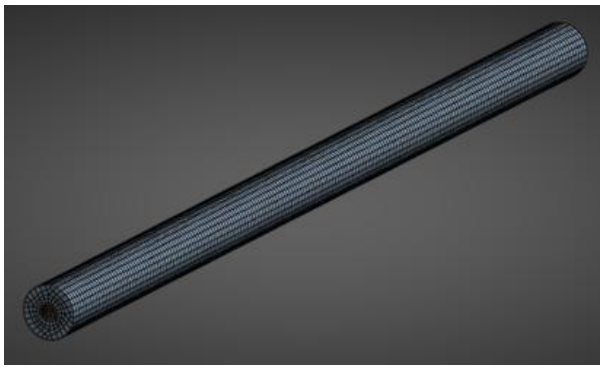
Tabela 3 - Especificações quantitativas das malhas utilizadas na discretização das geometrias.

Geometria	Quantidade de nós	Quantidade de elementos
Placa plana	4040	1600
Cilindro	40032	32760

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para ambas as geometrias, os elementos foram gerados em geometria tetraédrica, com um tamanho máximo de elemento de 1 mm. A Figura 8 exibe a malha gerada para o cilindro apresenta uma discretização consistente, permitindo a obtenção de resultados representativos para a análise proposta.

Figura 8 - Detalhamento da malha para o caso cilíndrico.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para simulações de escoamento de um fluido com troca térmica, o *Ansys Fluent Flow* resolve, no domínio do fluido, o sistema de equações conservativas discretizadas pelo método dos volumes finitos. A equação de conservação da massa, também chamada de equação da continuidade, é dada pela Eq. (1). No SI, cada termo dessa equação apresenta unidades de $kg.m^{-3}.s^{-1}$.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla.\left(\rho \vec{V}\right) = 0 \qquad (1)$$

Em que ρ é a densidade do fluido, t é o tempo e $\vec{V}$ é o vetor velocidade do fluido.

A equação de conservação do momento linear do fluido, conhecida como equação de Navier-Stokes, que descreve o movimento de fluidos newtonianos é dada pela Eq. (2). No SI, cada termo dessa equação apresenta unidades de $N.m^{-3}$.

$$\frac{D\left(\rho \vec{V}\right)}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V} + \rho \vec{g} \qquad (2)$$

Em que:

- D/Dt indica a derivada total da velocidade;
- ∇p é o gradiente de pressão;
- μ é a viscosidade do fluido;
- $\nabla^2 \vec{V}$ é o laplaciano do vetor velocidade;
- $\vec{g}$ é o vetor da aceleração da gravidade;

A equação que descreve a conservação da energia transportada pelo fluido é dada pela Eq. (3) [10]. No SI, cada termo dessa equação apresenta unidades de $W.m^{-3}$.

$$\frac{\partial(\rho_f e)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\vec{V}(\rho e + p)\right) = \nabla \cdot \left(k_f \nabla T\right) + \Phi + S_f \quad (3)$$

Em que:

- ρ_f é a densidade do fluido
- e é a energia por unidade de massa;
- p é a pressão termodinâmica do fluido;
- k_f é a condutividade térmica do fluido;
- Φ é o termo de dissipação viscosa;
- S_f é o termo relativo a fontes externas de energia.

A equação (4) descreve a taxa de transferência de calor por condução no sólido;

$$\rho_s c_{p,s} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k_s \nabla T) + S_s \qquad (4)$$

Em que:

- $c_{p,s}$ é a densidade do fluido
- k_s é a condutividade térmica do fluido;
- S_s é o termo relativo a fontes externas de energia.

Essa equação representa o balanço entre a variação temporal da energia interna do material, o transporte de calor por condução no interior do sólido e possíveis fontes internas de energia.

Após a construção da geometria, foram definidas as condições de contorno e as condições iniciais do problema, listadas na Tabela 4. A seção de entrada (*Inlet*) e saída (*Outlet*) do fluido foram selecionadas conforme mostrado na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**. Foi atribuída uma velocidade uniforme ao fluido na entrada, bem como uma temperatura constante. Na saída, foi atribua a condição de saída livre. As propriedades do fluido e do sólido foram consideradas constantes ao longo da simulação. Para ambos os casos, a água foi

utilizada como fluido e o Gadolínio foi empregado como o sólido.

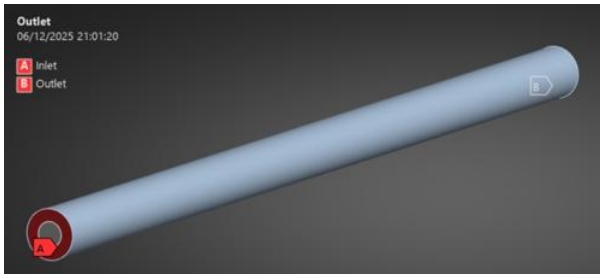
Tabela 4 - Propriedades e condições iniciais de contorno.

Propriedades iniciais	**Velocidade de entrada (m/s)**	**Temperatura inicial (K)**
Água	0,001	302
Gadolínio	-	282
Calor específico [J/kg·K]	**Densidade [Kg/m3]**	**Condutividade térmica [W/m·K]**
4182	998,2	0,6
240	7900	10,6

Fonte: AZOM,2021

Ainda na aba Fluente Flow, com o objetivo de obter uma tabela contendo a evolução da temperatura do sólido ao longo de 10 segundos para ambos os casos analisados, foi configurado um *plot* personalizado. Esse recurso permite relacionar e analisar variáveis que não são padrões do *Ansys*, como por exemplo, temperatura em função do tempo para o volume do sólido.

Figura 9 - Definição das faces de entrada e saída do escoamento do fluido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A força de atração magnética ($\vec{F}$) exercida por um campo magnético sobre um material de volume V é dada pela Eq. (5).

$$F_m = \nabla(\mu_0 H \cdot M) \quad (5)$$

Em que:

- H é o campo magnético aplicado;
- M é a magnetização do material.

Segundo J. M. D. Coey [11], a magnetização corresponde à densidade volumétrica de momento magnético em um material, sendo a grandeza central para descrever seu comportamento magnético macroscópico. A contribuição da magnetização para a densidade de fluxo magnético é diretamente associada a esse alinhamento interno. Além do campo magnético aplicado, a magnetização do material depende da temperatura do material. Quanto maior a temperatura, maior a grau de agitação das moléculas do material e menor a tendência dos momentos magnéticos internos se alinharem ao campo magnético aplicado [12]. Nesse contexto, há uma temperatura, chamada de temperatura de Curie (T_C), na qual um material ferromagnético perde completamente sua capacidade de magnetização, sofrendo uma transição de fase magnética. Para o gadolínio, essa temperatura é de aproximadamente 20ºC [2].

Neste trabalho, utilizou-se dados experimentais de magnetização de amostras de Gd medida para diversos campos magnéticos e temperaturas. Esses dados foram coletados a partir do estudo conduzido por Pecharsky & Gschneidner [3].

A densidade de fluxo magnético ($\vec{B}$), também denominada de indução magnética, descreve a intensidade do campo magnético que se estabelece no interior de um material quando este é submetido a um campo magnetizante externo ($\vec{H}$). A relação entre a intensidade do campo magnético e a densidade de fluxo magnético é dada por:

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad (6)$$

Em que μ representa a permeabilidade magnética do material, parâmetro que expressa a capacidade do meio de permitir o estabelecimento do campo magnético em seu interior. Para o ar, a indução magnética (B_0) pode ser obtida a partir da Eq. (6) considerando-se que sua permeabilidade magnética é aproximadamente igual à permeabilidade do vácuo. Nessas condições, a indução magnética no ar é frequentemente tratada como o campo magnético aplicado, por conveniência de interpretação física e de unidades.

Para materiais ferromagnéticos, a indução magnética é a soma da contribuição do campo magnético aplicado e da magnetização, dada pela Eq. (7).

$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{M}\right) \quad (7)$$

Em que μ_0 é a permeabilidade do vácuo, igual a $4\pi.10^{-7}$ H/m.

Quando o material é submetido a um campo magnético externo, um campo desmagnetizante interno ($H_{d\vec{\imath}}$) surge no interior de do material, com sentindo oposto ao campo externo aplicado (H_{ap}) [13]. O campo desmagnetizante tem efeito de reduzir o campo interno efetivo do material. Esse campo desmagnetizante é dado pela Eq. (8):

$$\vec{H}_{d\vec{\imath}} = -N_{ij}\vec{M}_j \quad (8)$$
$$i,j = x,y,z$$

Onde N_{ij} representa os fatores desmagnetizantes, usualmente organizados na forma de uma matriz simétrica 3×3. Considera-se a soma sobre índices repetidos. Ao longo dos eixos principais de um elipsoide, o campo desmagnetizante H_d e a magnetização M são colineares, e os termos da diagonal dessa matriz $\left(N_x, N_y, N_z\right)$ correspondem aos chamados fatores desmagnetizantes principais. Apenas dois desses três fatores são independentes, uma vez que a soma deles é igual a 1.

$$N_x + N_y + N_z = 1 \quad (9)$$

Na prática, é comum utilizar esses fatores para estimar o campo interno mesmo em geometrias que não são elipsoidais, como cilindros e blocos, ainda que, nesses casos, o campo desmagnetizante não seja perfeitamente uniforme [11]. O fator desmagnetizante pode ser utilizado para estimar o campo interno efetivo manifestado no material (H_{int}), podendo ser obtido através de formulações relativamente simples para geometrias como placas planas e cilindros uniformes.

Nesse estudo, para a geometria de placa plana, foi utilizado o método proposto por Aharoni [14] para calcular o fator desmagnetizante. Nesse método, fatores desmagnetizantes para prismas retangulares podem ser obtidos a partir da seguinte equação.

$$\begin{aligned} N_z = {} & \frac{b^2-c^2}{2bc} ln\left(\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}-a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}+a}\right) \\ & + \frac{a^2-c^2}{2ac}\ln\left(\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}+b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}-b}\right) \\ & + \frac{b}{2c}\ln\left(\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{\sqrt{a^2+b^2}+a}\right) \\ & + \frac{a}{2c}\ln\left(\frac{\sqrt{a^2+b^2}-b}{\sqrt{a^2+b^2}+b}\right) \\ & + \frac{c}{2a}\ln\left(\frac{\sqrt{b^2+c^2}-b}{\sqrt{b^2+c^2}+b}\right) \\ & + \frac{c}{2b}\ln\left(\frac{\sqrt{a^2+c^2}-a}{\sqrt{a^2+c^2}+a}\right) \\ & + 2\arctan\left(\frac{ab}{c\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\right) + \frac{a^3+b^3-2c^3}{3abc} \\ & + \frac{a^2+b^2-2c^2}{3abc}\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ & + \frac{c}{ab}\left(\sqrt{a^2+c^2}+\sqrt{b^2+c^2}\right) \\ & - \frac{(a^2+b^2)^{3/2}+(b^2+c^2)^{3/2}+(c^2+a^2)^{3/2}}{3abc} \end{aligned} \quad (10)$$

Em que a, b e c são, respectivamente, a metade dos valores de comprimento, espessura e altura da placa, sendo esses valores substituídos na Eq. (10) para obtenção do fator desmagnetizante.

No caso da geometria cilíndrica, o campo magnético é aplicado paralelamente ao plano circular do cilindro. Com isso, $N_x = N_z$ e, a partir da Eq. (11), N_y é dado por:

$$N_{transv} = N_x = N_z = \frac{(1-N_y)}{2} \quad (11)$$

Para o cálculo de N_y, utilizou-se os dados de fatores desmagnetizantes de cilindros de Chen & Brug Chen et al. [13], que apresentam valores de fator desmagnetizante para o campo alicado ao longo do eixo de cilindro a partir da relação entre comprimento e diâmetro do cilindro. Interpolando a partir dos dados apresentados pelos autores, para um valor de $\gamma = \frac{L}{D} = 40$, chega-se em $N_y = 0.003212$. Os valores do fator desmagnetizante para as duas geometrias estão listados a seguir:

Tabela 5 - Relação de Fatores desmagnetizantes.

Geometria	Fator desmagnetizante (N_d)
Placa plana	0,3419

Cilindro	0,4883

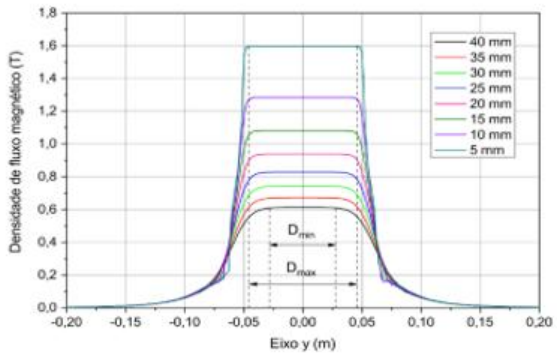
Fonte: Elaborado pelo autor.

O campo efetivo ($\vec{H}_{int}$) gerado no interior do material quando submetido a um campo externo ($\vec{H}_{ext}$) apresenta magnitude inferior a esse campo externo aplicado, podendo ser determinado pela Eq. (12).

$$\vec{H}_{int} = \vec{H}_{ext} - N_d\vec{M} \qquad (12)$$

À medida que se afasta da fonte de um campo magnético, sua intensidade tende a diminuir. Em seu trabalho, Souza et al. [16] avaliou a intensidade da indução magnética do ar ao longo do espaço para diversas medidas de gap em um ímã permanente em forma de "C". A Figura 10 mostra a variação densidade de fluxo magnético ao longo de um eixo coordenado a partir da fonte do campo em y = 0, para alguns valores de gap. Para este estudo, adotou-se a curva de campo para um gap de 15 mm, pois para este valor de gap, a indução magnética máxima é da ordem de 1,1 T. Conforme demonstrado por Evaristo et al. [8], valores em torno de 1 T são recorrentes adotado como referência de campo magnético para ímãs em aplicações similares.

Figura 10 - Densidade de fluxo magnético ao longo do eixo y para vários valores de lacuna do imã tipo-C.



Fonte: SOUZA, 2025.

A partir da Figura 10, também é possível extrair o comportamento esperado do campo magnético. Para o cálculo da força magnética, conforme a Eq. (4), é necessário, inicialmente, determinar a curva de variação do campo magnético ao longo do eixo y. Para calcular a derivada dessa variável, inicialmente os dados na forma (y,B), gerados a partir da simulação, foram extraídos e importados no *Matlab*.

A Eq. (10) foi proposta por Souza et. al [7] para modelar o comportamento do da indução magnética como uma função do espaço ($B = f(y)$), na qual os parâmetros a são os parâmetros de ajuste da função. Logo, essa função foi utilizada para modelar os pontos coletados a partir da curva de 15 mm da Figura 10.

$$B = \frac{a_1}{coth\left(-(a_2 y - a_3)\right) + a_4} + a_5 \qquad (13)$$

Foi utilizado o software *Mathematica* para determinar um palpite inicial para os parâmetros e, em seguida, esses parâmetros foram utilizados para obter um ajuste fino através da ferramenta curve *fitting tool* do *Matlab*. A Tabela 6 lista os coeficientes da função.

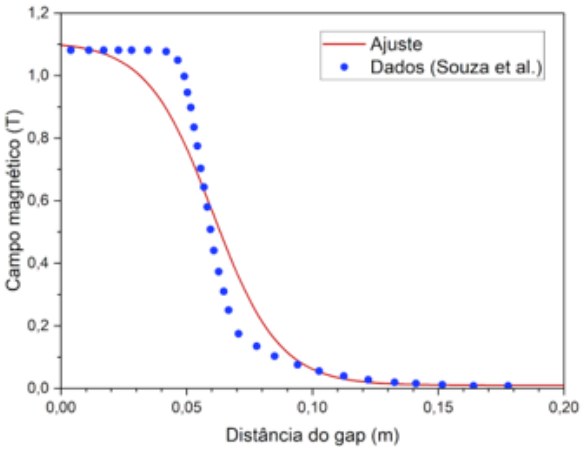
Tabela 6 - Coeficientes de ajuste da função.

a_1	0,1546
a_2	49,99
a_3	2,388
a_4	0,7
A_5	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se um comportamento decrescente da função à medida que se afasta da região próxima ao ímã. Nas proximidades de y = 0, o campo tende ao valor máximo de 1,1 T, o que condiz com os dados. À medida que se afasta de y = 0 ao longo do eixo positivo, verifica-se uma redução da intensidade do campo, o que é esperado. Aproximadamente, a partir de y = 0,04 m, há uma rápida redução da densidade de fluxo magnético. Esse comportamento indica a transição entre a região de forte influência do ímã e a região onde os efeitos do campo magnético tornam-se menos significativos.

Figura 11 - Ajuste da curva do campo magnético.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 7 apresenta os parâmetros estatísticos de ajuste obtidos através da ferramenta *Curve Fitting* do *Matlab* para a curva do campo magnético ao longo do *gap*, representada na Figura 11. Analisando o comportamento dos dados e do ajuste, observa-se que o comportamento dos dados não é bem descrito pelo modelo de função adotado. Entretanto, o ajuste ainda apresenta a mesma tendência de comportamento do campo magnético em função da distância, e decresce à medida que se afasta do centro do gap do ímã (y= 0). Em estudos futuros, pode ser encontrado uma função que descreva melhor o comportamento dos dados.

Tabela 7 - Parâmetros estatísticos de ajuste da curva.

SSE	0,183
RMSE	0,08085

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dentre os parâmetros estatísticos do ajuste, observa-se que o SSE (Sum of Squares Errors), correspondente à soma dos quadrados dos resíduos, apresenta sensibilidade a discrepâncias locais mais acentuadas. Em geral, valores SSE mais próximos de zero indicam melhor concordância entre modelo e dados. No presente estudo, embora o valor de SSE não seja elevado, ele ainda evidencia a existência de desvios relevantes.

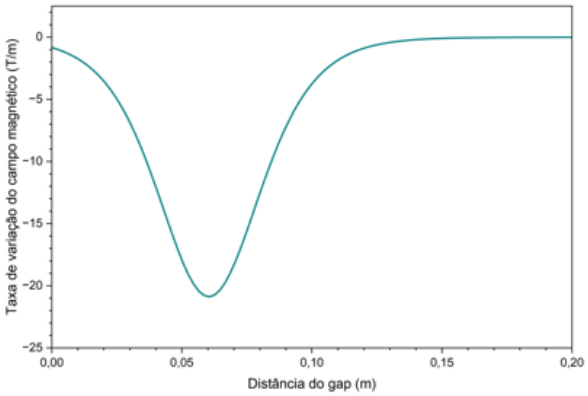
Por sua vez, o RMSE (Root Mean Square Error) representa a raiz do erro quadrático médio, fornecendo uma medida do erro médio do modelo na mesma unidade da variável analisada. Neste caso, o campo magnético (Tesla). Essa característica permite uma interpretação física direta do desvio entre os valores ajustados e os dados de referência. O valor obtido de RMSE = 0,08085 indica que, em média, o modelo apresenta discrepâncias perceptíveis em relação aos dados.

De forma geral, embora o ajuste capture a tendência global do comportamento do campo magnético ao longo do gap, observa-se que a função adotada não reproduz adequadamente variações locais, especialmente devido à sua natureza simétrica, que contrasta com a leve assimetria presente nos dados. Assim, o modelo foi considerado suficiente para fins de análise global.

A partir da determinação dos coeficientes da função que descreve a distribuição do campo magnético, foi possível obter sua derivada espacial, conforme expressa pela Eq. (14). A Figura 12 ilustra o comportamento da taxa de variação do campo magnético em relação ao tamanho do gap. Observa-se que a derivada apresenta valores negativos ao longo da maior parte da região analisada, atingindo um mínimo próximo à região central do gap, o que indica a presença de um gradiente magnético mais intenso nessa posição. À medida que se afasta dessa região, a magnitude da derivada diminui gradativamente, tendendo a valores próximos de zero, o que caracteriza uma redução do gradiente do campo magnético. Logo, a força magnética atuante sobre o material magnetocalórico é maior nas proximidades dessa região.

$$\frac{dB}{dy} = -\frac{a_1 a_2 [cosech(a_3 - a_2 y)]^2}{cotgh(a_3 - a_2 y) + a_4} \qquad (14)$$

Figura 12 - Comportamento da derivada da do campo magnético.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma vez obtidos os valores de temperatura ao longo do tempo, por meio da simulação no *Ansys*, a magnetização foi obtida por interpolação para cada temperatura e campo magnético na posição de maior taxa de variação do campo, y = 0,06m. Para uma análise mais fidedigna, adotou-se o campo interno efetivo para determinação da força magnética. Como a magnetização depende da temperatura e do campo interno, e este por sua vez depende do campo externo, do fator desmagnetizante e da própria magnetização, conforme mostra a Eq. (12), observa-se uma relação de interdependência de duas equações e duas incógnitas. Para solucionar esse sistema, foi desenvolvido um script no software *Matlab* para realizações iterações a cada passo de tempo para se obter uma magnetização como função do campo interno efetivo a partir da magnetização obtida do campo externo.

O algoritmo desenvolvido importa os valores temperatura em função do tempo previamente obtidos a partir das simulações no *Ansys* e de magnetização em função da temperatura e do campo aplicado obtidos a partir do trabalho de Pecharsky & Gschneidner [2] e realiza um cálculo iterativo para se chegar à magnetização como função da temperatura do campo efetivo interno para um dado instante t. Para cada instante de tempo t, o algoritmo realiza a leitura da temperatura para esse respectivo t, e atribui um valor inicial de magnetização M_{old}, a partir do campo magnético externo e do valor da temperatura. A partir desse valor inicial, calcula-se o campo magnético interno aproximado H_{int}, levando em conta o efeito do campo desmagnetizante associado à geometria do material.

Em seguida, utilizando o campo interno calculado e a temperatura local correspondente, determina-se uma nova estimativa da magnetização do material, M_{new}. O critério de convergência do método é avaliado por meio do erro relativo entre as magnetizações sucessivas, definido como:

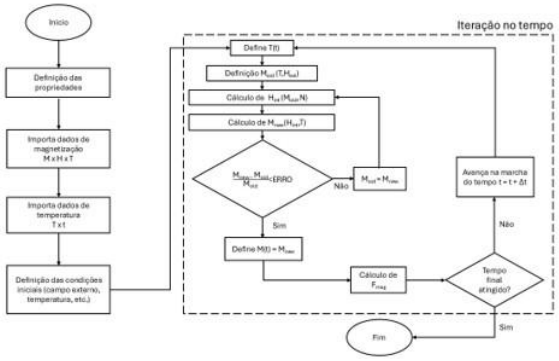
$$\frac{|\, M_{new} - M_{old} \,|}{|\, M_{old} \,|} < 10^{-4} \qquad (15)$$

Enquanto esse erro for superior ao limite de tolerância estabelecido, a magnetização anterior é atualizada, ou seja, $M_{old} = M_{new}$ e o procedimento é repetido até que a condição de convergência seja satisfeita.

Uma vez atingida a convergência para o instante de tempo considerado, a magnetização final $M(t)$ é definida e utilizada no cálculo da força magnética F_{mag}. Após isso, o algoritmo avança a marcha temporal ($t = t + \Delta t$) e repete todo o procedimento para o próximo passo de tempo, até que o tempo final de simulação seja alcançado.

Dessa forma, o código permite acompanhar a evolução temporal da magnetização e da força magnética, considerando simultaneamente os efeitos do campo externo, da temperatura e do campo desmagnetizante, conforme ilustrado no fluxograma a seguir:

Figura 13 - Fluxograma representativo do código da Força em Matlab.



Fonte: Elaborado pelo autor.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

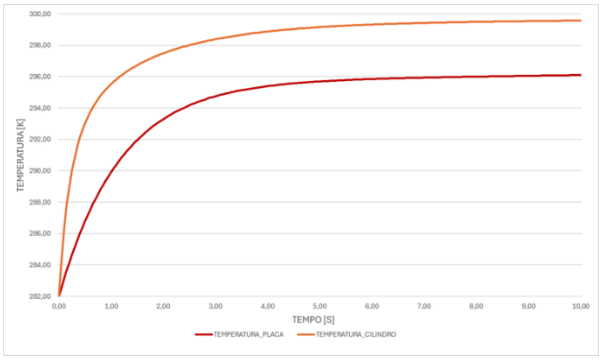
Nesta seção são apresentados os resultados obtidos a partir da aplicação da

metodologia descrita na seção anterior. Inicialmente, analisam-se os resultados referentes à variação temporal da temperatura nos sólidos. Em seguida, são discutidos os resultados das análises realizadas no software Matlab para a determinação da magnetização em função do campo magnético externo. Posteriormente, são apresentados os valores do campo magnético interno, calculados a partir da derivada espacial do fluxo magnético do ímã ($\partial\vec{B}/\partial\vec{\imath}$) em relação ao campo externo aplicado ao material, bem como os valores adotados para os fatores desmagnetizantes. Por fim, são apresentados os resultados da magnetização em função do campo interno, juntamente com os valores obtidos para a força magnética.

A Figura 14 apresenta a evolução temporal da temperatura do sólido para as duas geometrias analisadas, cilindros e placas. Em ambos os casos, a temperatura inicial do sólido foi de 282 K, enquanto a temperatura inicial da água foi de 302 K. Após 10 s de simulação, o sistema com placas atingiu a temperatura de 296,10 K, ao passo que o sistema com cilindros alcançou 299,57 K, resultando em uma diferença de 3,47 K entre as duas configurações para o mesmo intervalo de tempo. Com base na variação de temperatura observada após 10 s, o sistema com cilindros apresentou um aumento de 17,57 K, enquanto para o conjunto de placas, essa variação foi de 14,10 K. Logo, a diferença de temperatura média para o conjunto de cilindros foi 25% superior à da configuração em placas, evidenciando a influência da geometria na intensificação da transferência de calor.

Esse comportamento também pode ser associado à área superficial de contato sólido-fluido, uma vez que geometrias cilíndricas tendem a apresentar maior área de interface com o escoamento para um mesmo volume de material. Como consequência, há maior área efetiva disponível para troca térmica entre o sólido e a água, o que contribui para o aumento da taxa de transferência de calor e para a elevação mais rápida da temperatura do sólido.

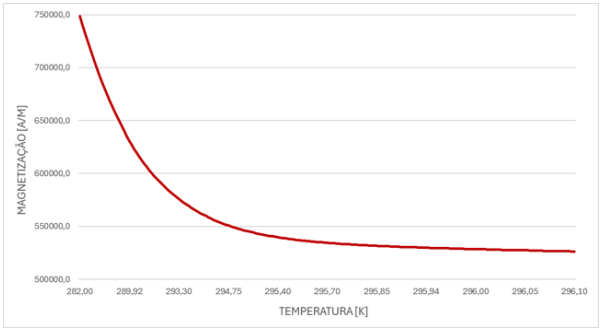
Figura 14 - Temperatura ao longo do tempo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A variação da magnetização em função da temperatura, associada ao campo magnético externo – denominada $M(t)$ adotando a nomenclatura utilizada no código Matlab – é mostrada na figura a seguir. Considerando o campo externo aplicado ao TCM, estimado em aproximadamente 1,1 T para o gap adotado, conforme ilustrado na Figura 10, observa-se que a magnetização decresce de 748.674,9 A/m para 526.185,5 A/m ao longo de um intervalo de 10s para o caso da placa plana.

Figura 15 - M(t) em relação ao campo externo para o caso da placa.

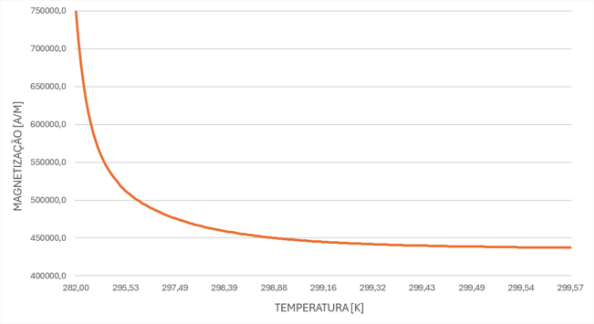


Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a variação da magnetização em função da temperatura para o caso da geometria cilíndrica, ilustrado na Figura 16, observa-se um comportamento semelhante de redução da magnetização com o aumento da temperatura ao longo do tempo. Considerando o mesmo campo magnético externo de aproximadamente 1,1 T e o mesmo intervalo de 10 s, a magnetização do MM decresce de 748.674,9 A/m para 437.224,5 A/m. Essa redução mais acentuada está diretamente associada à maior elevação de temperatura observada no caso cilíndrico, evidenciando a influência da geometria na intensificação do

processo de troca térmica e, consequentemente, na resposta do material.

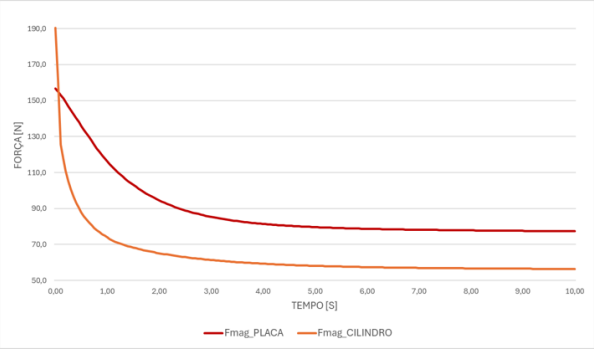
Figura 16 - M(t) em relação ao campo externo para o caso cilíndrico.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A seguinte figura ilustra a variação da força magnética atuando sobre o TCM para as geometrias de cilindros e placas planas.

Figura 17 - Força magnética para ambas as geometrias.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que, em ambos os casos, a força magnética apresenta uma redução ao longo do tempo, comportamento diretamente associado ao aumento da temperatura do material e à consequente diminuição da magnetização. Para a geometria cilíndrica, a força magnética decresce de 190,5 N para 56,3 N, já para a placa plana, a força decai de 156,7 N para 77,3 N no mesmo intervalo de tempo, apresentando uma redução menos pronunciada. Apesar de o cilindro apresentar valores iniciais mais elevados de força magnética, seu valor final torna-se inferior ao ser comparado com o TCM de placas planas.

Por fim, os resultados indicam que o TCM de geometria cilíndrica maximiza a força magnética em regimes iniciais de operação, enquanto o TCM de placa plana apresenta uma menor amplitude da força magnética ao longo do tempo simulado.

CONCLUSÃO

Um trocador de calor aplicado a um motor termomagnético foi modelado e simulado por meio dos softwares *Ansys* e *Matlab*, considerando duas geometrias distintas, ambas compostas por gadolínio (Gd), com o objetivo de avaliar sua influência no desempenho do sistema.

A análise comparativa evidenciou que a geometria cilíndrica apresenta desempenho superior sob o ponto de vista térmico, promovendo uma taxa de aquecimento mais elevada do material magnetocalórico. Observou-se uma variação de temperatura aproximadamente 25% maior em relação à configuração em placas no mesmo intervalo de tempo, o que indica maior eficiência na transferência de calor e, consequentemente, redução do tempo de ciclo do sistema.

Essa intensificação térmica, por sua vez, implica uma diminuição mais acentuada da magnetização ao longo do tempo, afetando diretamente a força magnética. No entanto, destaca-se que a configuração cilíndrica apresenta maior variação da força magnética ao longo do ciclo, característica relevante para a operação do motor termomagnético. Embora a força magnética final possa ser inferior à das placas, a maior dinâmica de variação favorece o funcionamento cíclico do sistema.

Dessa forma, os resultados confirmam a existência de uma relação inversa entre desempenho térmico e comportamento magnético. Ainda assim, a geometria cilíndrica se mostra mais adequada para a aplicação proposta, pois favorece a troca térmica, reduz o tempo de ciclo e proporciona maior variação da força magnética, fatores que contribuem para um melhor desempenho global do motor termomagnético.

REFERÊNCIAS

1. UNITED NATIONS ENVIRONMENT PROGRAMME (UNEP). Emissions Gap Report 2018. Nairobi: UNEP, 2018.

2. PECHARSKY, V. K.; GSCHNEIDNER JR., K. A. Tunable magnetic regenerator alloys with a giant magnetocaloric effect for magnetic refrigeration from approximately 20 to approximately 290 K. **Journal of Applied Physics**, Melville, v. 81, n. 8, p. 4637–4644, 1997. Disponível em: https://doi.org/10.1063/1.364698. Acesso em: 2 jul. 2026.

3. PECHARSKY, V. K.; GSCHNEIDNER JR., K. A. Giant magnetocaloric effect in $Gd_5(Si_2Ge_2)$. **Physical Review Letters, College Park**, v. 78, n. 23, p. 4494–4497, 1997. Disponível em: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.4494. Acesso em: 2 jul. 2026.

4. DAN'KOV, S. Y.; TISHIN, A. M.; PECHARSKY, V. K.; GSCHNEIDNER JR., K. A. Magnetic phase transitions and the magnetothermal properties of gadolinium. **Physical Review B**, College Park, v. 57, n. 6, p. 3478–3490, 1998. Disponível em: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.57.3478. Acesso em: 2 jul. 2026.

5. BESSA, C. V. X.; FERREIRA, L. D. R.; HORIKAWA, O.; GAMA, S. On the relevance of temperature, applied magnetic field and demagnetizing factors on the performance of thermomagnetic motors. **Applied Thermal Engineering**, Oxford, v. 145, p. 245–250, 2018. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.09.038. Acesso em: 2 jul. 2026.

6. KANEKO, G. H.; CONCEIÇÃO, W. A. S.; COLMAN, F. C.; COCCI, A. S.; ALVES, C. S.; PUPIM, G. C.; KUBOTA, G. H.; OLIVEIRA, V. C.; TREVIZOLI, P. V. Design and experimental evaluation of a linear thermomagnetic motor using gadolinium: preliminary results. **Applied Thermal Engineering**, Oxford, v. 186, p. 116472, 2021. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2020.116472. Acesso em: 2 jul. 2026.

7. SOUZA, Alisson Cocci de. **Modelagem e simulação de um sistema combinado de um motor termomagnético e um sistema PV/T**. 2025. 170 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2025. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/60534/1/TESE%20Alisson%20Cocci%20de%20Souza.pdf. Acesso em: 2 jul. 2026.

8. EVARISTO, E. H. G.; COLMAN, F. C.; ALVES, C. S.; TREVIZOLI, P. V. Mathematical modelling and simulation results of a linear thermomagnetic motor with gravity return. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, Amsterdam, v. 544, p. 168668, 2022. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2021.168668. Acesso em: 2 jul. 2026.

9. AZOM. Gadolinium (Gd) – Properties, **Applications and Uses of Gadolinium**. Disponível em: https://www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=1131. Acesso em: 10 nov. 2025.

10. ANDERSON JR., John D. **Computational Fluid Dynamics:** The

Basics with Applications. New York: McGraw-Hill, 1995. p. 54–55.

11. COEY, J. M. D. **Magnetism and Magnetic Materials**. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. p. 36. Disponível em: https://siva.bgk.uni-obuda.hu/~szakacs/segedanyagok/0910/MEEN/coey-magnetism.pdf. Acesso em: 4 maio 2026.

12. CALLISTER JR., William D.; RETHWISCH, David G. **Ciência e engenharia de materiais:** uma introdução. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

13. CHEN, Du-Xing; BRUG, James A.; GOLDFARB, Ronald B. Demagnetizing factors for cylinders. **IEEE Transactions on Magnetics**, New York, v. 27, n. 4, p. 3601–3619, jul. 1991.

14. AHARONI, A. Demagnetizing factors for rectangular ferromagnetic prisms. **Journal of Applied Physics**, Melville, v. 83, n. 6, p. 3432–3434, 1998. Disponível em: https://doi.org/10.1063/1.367113. Acesso em: 2 jul. 2026.

15. SOUZA, A.; KANEKO, G. H.; IMAMURA, W.; HENRIQUEZ GUERRERO, J. R.; LEITE, G. N. P.; COSTA, J. Â. P. da; VILLA OLIVEIRA, Á. A. Comprehensive modeling and simulation of a linear thermomagnetic motor: The role of return force. **Applied Thermal Engineering**, Oxford, v. 276, 127788, 2025. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2025.127788. Acesso em: 2 jul. 2026.